

①9 RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
INSTITUT NATIONAL
DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE
PARIS

①1 N° de publication :
(à n'utiliser que pour les
commandes de reproduction)

2 825 855

②1 N° d'enregistrement national : 01 07406

⑤1 Int Cl⁷ : H 03 M 7/30, H 04 N 7/30, G 06 T 9/40

①2

DEMANDE DE BREVET D'INVENTION

A1

②2 Date de dépôt : 06.06.01.

③0 Priorité :

④3 Date de mise à la disposition du public de la
demande : 13.12.02 Bulletin 02/50.

⑤6 Liste des documents cités dans le rapport de
recherche préliminaire : *Se reporter à la fin du
présent fascicule*

⑥0 Références à d'autres documents nationaux
apparentés :

⑦1 Demandeur(s) : FRANCE TELECOM Société ano-
nyme — FR.

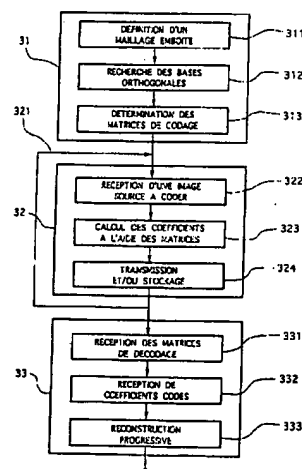
⑦2 Inventeur(s) : DEMARET LAURENT et LAURENT
CHATENET NATHALIE.

⑦3 Titulaire(s) :

⑦4 Mandataire(s) : CABINET PATRICE VIDON.

⑤4 PROCÉDES ET DISPOSITIFS DE CODAGE ET DE DECODAGE D'IMAGES METTANT EN OEUVRE DES
MAILLAGES EMBOÎTÉS, PROGRAMME, SIGNAL ET APPLICATION CORRESPONDANTES.

⑤7 L'invention concerne un procédé de codage d'au
moins une image source mettant en oeuvre un maillage hié-
rarchique définissant au moins deux espaces emboîtés,
correspondant chacun à un niveau n de décomposition du-
dit maillage, selon lequel, à au moins niveau n de décom-
position (à l'exception du premier niveau de décomposition),
on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés
dans une base de fonctions définie dans un espace ortho-
gonal à l'espace correspondant au niveau précédent n-1 de
décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon
que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour
ledit niveau n de décomposition les informations déjà trans-
mises pour le niveau précédent n-1 de décomposition, de
façon à produire une image reconstruite, représentative de
ladite image source, avec une qualité de restitution optimi-
sée pour le niveau n de décomposition.



FR 2 825 855 - A1



BEST AVAILABLE COPY

Procédés et dispositifs de codage et de décodage d'images mettant en œuvre des maillages emboîtés, programme, signal et application correspondantes.

Le domaine de l'invention est celui du codage d'images, en vue
5 notamment de leur transmission ou de leur stockage. Plus précisément, l'invention concerne une amélioration des techniques de codages hiérarchiques, mettant en œuvre une hiérarchie de maillages emboîtés.

L'approche des maillages emboîtés a déjà fait l'objet de nombreuses études. Elle est par exemple présentée dans [7] (par souci de lisibilité, les
10 différents documents cités sont regroupés en annexe 3, à la fin de la présente description), dans le cas du codage d'images vidéo.

Un maillage est classiquement défini par un ensemble de sommets et de faces orientées (figure 1) définissant une topologie. De tels maillages sont par exemple utilisés en graphisme sur ordinateur, pour modéliser des objets en trois
15 dimensions avec une complexité géométrique limitée.

L'approximation d'un maillage M consiste à trouver un maillage M' dont la complexité géométrique est moindre que celle du maillage M, et qui approche au mieux la géométrie de M.

Avantageusement, le maillage M' est constitué d'une succession de
20 maillage emboîtés, correspondant chacun à un niveau de détail, ou niveau hiérarchique, de façon à permettre une reconstruction progressive des images et un codage simplifié.

A chaque niveau hiérarchique, les valeurs nodales du maillage sont optimisées pour minimiser l'erreur quadratique de reconstruction. Ces valeurs
25 nodales sont ensuite quantifiées et codées. Une telle méthode permet d'atteindre des taux de compression performants et de limiter les dégradations visuelles qui correspondent plus ici à des effets de lissage, moins désagréables pour l'œil humain. Ceci est lié aux bonnes propriétés de continuité des surfaces reconstruites grâce à l'approximation par les maillages.

30 De plus ce schéma s'avère adapté à la vidéo. En effet, les maillages

triangulaires s'avèrent plus souples et efficaces pour l'estimation du mouvement.

Les inventeurs ont cependant constaté que cette technique de compression souffre d'un défaut de sous-optimalité. En effet, les bases utilisées pour chaque niveau présentent des redondances.

5 En outre, la technique des maillages emboîtés permet de reconstruire progressivement des images, tout d'abord d'un niveau grossier, puis progressivement raffiné (transmission "scalable" des images). Selon la technique classique, cette approche n'est cependant pas optimisée : en effet, la qualité obtenue à chaque niveau (à l'exception du dernier) n'est pas optimale.

10 On connaît par ailleurs des techniques de compression d'images basée sur l'exploitation des corrélations entre sous-bandes issues d'un filtrage mettant en œuvre des ondelettes. Ces techniques autorisent des taux de compression très performants [4] [5].

15 Cependant pour des applications pour lesquelles on ne dispose que d'un débit très bas, on observe pour des méthodes une dégradation visuelle non négligeable en particulier sous la forme d'effets oscillatoires le long des contours.

20 Par ailleurs les bases d'ondelettes utilisées sont construites comme produit tensoriel d'ondelettes mono-dimensionnelles. Ceci induit une limitation de la capacité à représenter certaines structures en privilégiant certaines directions. Ces défauts propres aux méthodes de codage d'images par sous-bandes ont conduit à privilégier une représentation de l'image basée sur des maillages triangulaires emboîtés.

25 Dans [1], E.Quak suggère d'utiliser simultanément les deux techniques, en associant à chaque niveau du maillage une base d'ondelettes complémentaires en donnant des conditions sur les arêtes. Il construit ainsi une base explicite de préondelettes sur un maillage triangulaire. Cette technique est destinée à la représentation et à la compression de modèles numériques de terrains en 3D.

On présente plus en détail en Annexe 1 la manière dont Quak procède.

30 L'Annexe 2 rappelle quant à elle le principe général et les grandes lignes du fonctionnement de la méthode de codage basée sur une hiérarchie de maillages

emboîtés.

Bien qu'efficace, la technique connue décrite dans cette Annexe 2 présente certaines limites.

Notamment, un inconvénient de cette méthode, telle que proposée dans
5 [7], réside dans la non-orthogonalité des fonctions $\varphi_i^{(p)}$ avec l'espace vectoriel V_p
engendré par les fonctions $\varphi_i^{(p-1)}$. Cela implique une concentration d'énergie
moins efficace que pour les transformées utilisant des bases de transformation
orthogonales.

De plus, cela pose un problème de cohabitation de différents niveaux de
10 résolution. Ainsi lorsqu'un sommet se trouve à la frontière entre une zone raffinée
et une zone non raffinée on ne peut choisir de valeur optimale pour ce sommet
pour les deux résolutions. En effet, pour un tel sommet choisir une des valeurs
d'un des niveaux d'optimisation ne permettra d'avoir la reconstruction optimale
que sur la région correspondant à ce niveau de raffinement.

15 Par ailleurs cette sous-optimalité de la représentation constitue aussi un
inconvénient dans le cadre d'un schéma de codage scalable. En effet, elle ne
permet pas de fournir la qualité de reconstruction optimale pour des débits
intermédiaires.

L'invention a notamment pour objectif de pallier ces inconvénients de
20 l'état de l'art.

Plus précisément, un objectif de l'invention est de fournir une technique de
codage d'image scalable et une technique de décodage correspondant permettant
d'obtenir une qualité de reconstruction optimale à chaque niveau de
reconstruction.

25 Un autre objectif de l'invention est de fournir de telles techniques de
codage et de décodage qui nécessitent un débit limité, pour chaque niveau de
reconstruction.

L'invention a également pour objectif de fournir de telles techniques de
codage et de décodage, qui permettent de traiter efficacement plusieurs images
30 ayant la même structure (même taille et même maillage de référence).

Encore un autre objectif de l'invention est de fournir une structure de données et de signal qui permette d'optimiser le débit nécessaire pour la transmission et le stockage d'images codées de la sorte.

Ces objectifs, ainsi que d'autres qui apparaîtront plus clairement par la suite, sont atteints à l'aide d'un procédé de codage d'au moins une image source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage.

Selon l'invention, à au moins niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

Avantageusement, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition.

De façon avantageuse, on associe audit niveau n de décomposition un espace mathématique de représentation de l'image V_n tel que $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$, où :

- V_{n-1} est l'espace associé au niveau $n-1$ de décomposition ;
- W_{n-1} est un espace orthogonal à V_{n-1} ,

et on associe audit espace V_n d'une part une base de fonctions affines par morceaux φ_n , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux φ_{n-1} dudit espace V_{n-1} ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes ψ_{n-1} dudit espace W_{n-1} ,

dans laquelle on exprime lesdits coefficients d'image.

En d'autres termes, on remplace l'étape d'envoi des coefficients du maillage raffiné par la prise en compte des coefficients du maillage non raffiné (niveau précédent) auquel on rajoute l'envoi des coefficients attribués aux
 5 nouveaux nœuds du maillage raffiné. Le traitement de ces derniers permet également d'optimiser la position des coefficients des niveaux précédents, de façon à être optimal à chaque niveau.

Un avantage d'une telle méthode tient dans la meilleure répartition statistique de la valeur des coefficients permettant une diminution du coût de
 10 codage. Avec une simple transmission des coefficients en partant des sommets les moins raffinés la nouvelle méthode permet d'effectuer une première représentation de l'image à partir de ces seuls coefficients optimale pour ce niveau de résolution. Dans les méthodes connues en revanche, les premiers coefficients correspondent à la valeur pour ces sommets optimisée pour le niveau de
 15 raffinement le plus fin du maillage (on a donc sous-optimalité).

De façon préférentielle, lesdites fonctions de pré-ondelettes sont des fonctions d'ondelettes, orthogonales entre elles.

Avantageusement, chacune desdites fonctions de pré-ondelettes possède un support étroit, limité à un nombre prédéfini de sommets dudit maillage situé au
 20 voisinage d'un sommet de référence pour ladite fonction.

Selon un premier mode de mise en œuvre de l'invention, lesdites fonctions de pré-ondelettes sont monodimensionnelles. Dans ce cas, chacune desdites fonctions de pré-ondelettes est avantageusement déterminée en tenant compte de la position dans ledit maillage d'au moins une arête portant un nouveau sommet
 25 dudit maillage, auquel ladite fonction sera affectée.

Ainsi, la base $\varphi_i^{(p+1)}$ peut notamment être obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\varphi_i^{(p+1)} = \varphi_j^{(p)} + \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

30 où $V_i^{(p)}$ est l'ensemble des sommets voisins du sommet j dans le maillage de

niveau p.

Selon un autre mode de réalisation de l'invention, lesdites fonctions de pré-ondelettes sont multidimensionnelles. Il peut notamment s'agir de fonctions de type "box splines".

- 5 De façon avantageuse, la détermination des coefficients d'image à un niveau de maillage n repose sur la résolution d'un système linéaire :

$$A^{(p-1)} X = \alpha^{(p)}$$

avec :

$$A^{(p-1)} = \begin{pmatrix} V^{(p-1)} \\ W^{(p-1)} \end{pmatrix}$$

où X est le vecteur de coordonnées d'approximation de ladite image source $\alpha^{(p)}$,

- 10 $W^{(p-1)}$ est la matrice de passage de la base $(\phi^{(p-1)})$ de l'espace V_{p-1} à la base de fonctions de pré-ondelettes de l'espace W_{p-1} et $V^{(p-1)}$ est la matrice de l'espace V_{p-1} .

Cette approche s'avère très efficace, en particulier lorsque la résolution dudit système linéaire met en œuvre un algorithme du type «matrices creuses» ou du type "matrices profils".

- 15 Selon un aspect avantageux de l'invention, le procédé de codage de l'invention comprend :

- une étape préalable de détermination de bases de fonction ϕ_n et ψ_n de référence, pour une structure d'image prédéterminée ;
 - une étape de codage d'images, utilisant systématiquement lesdites
- 20 bases de fonction ϕ_n et ψ_n de référence, pour toute image ayant ladite structure d'image prédéterminée.

Le codage d'un ensemble d'images de même type est ainsi particulièrement simplifié.

- 25 Lors de ladite étape préalable, on détermine avantageusement au moins deux jeux de bases de fonction ϕ_n et ψ_n de référence, correspondant chacune à une structure d'image prédéterminée particulière.

- L'invention concerne également un procédé de construction de bases de fonctions pour le codage hiérarchique d'images source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant
- 30 chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage. Selon l'invention, pour au

moins une structure d'image prédéterminée, on associe à au moins niveau n de décomposition, et préférentiellement à tous les niveaux (à l'exception du premier niveau de décomposition), un espace mathématique de représentation d'une image V_n tel que $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$, où :

- 5 - V_{n-1} est l'espace associé au niveau $n-1$ de décomposition ;
- W_{n-1} est un espace orthogonal à V_{n-1} ,

et on associe audit espace V_n d'une part une base de fonctions affines par morceaux φ_n , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- 10 - une base de fonctions affines par morceaux φ_{n-1} dudit espace V_{n-1} ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes ψ_{n-1} dudit espace W_{n-1} ,

dans laquelle on peut exprimer des coefficients d'image pour toute image ayant ladite structure d'image, permettant de produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée

- 15 pour ledit niveau n de décomposition.

L'invention concerne également les dispositifs de codage d'images, mettant en œuvre le procédé de codage et/ou de construction de bases décrits ci-dessus.

- Ainsi, l'invention concerne un dispositif de codage d'au moins une image
- 20 source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, dans lequel à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), il associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace
 - 25 correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée
 - 30 pour ledit niveau n de décomposition.

L'invention concerne encore un procédé de décodage d'images codées à l'aide du procédé de codage et/ou de construction de bases décrits ci-dessus.

Un tel procédé de décodage décode des images codées sous la forme de coefficients d'image obtenus par la mise en œuvre d'un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, selon un codage associant, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent n-1 de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent n-1 de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

Avantageusement, un tel procédé de décodage comprend :

- une étape préalable de réception et/ou de stockage de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée ;
- une étape de décodage d'images, utilisant les bases de fonctions de référence correspondant à la structure d'image de l'image à décoder.

A nouveau, cela permet de simplifier les traitements et limiter la quantité de données à transmettre, pour une série d'images.

L'invention concerne encore un dispositif de décodage d'images codées, caractérisé en ce qu'il met en œuvre le procédé de décodage décrit cidessus.

L'invention concerne également un programme informatique de codage et/ou de décodage d'images, caractérisé en ce qu'il comprend des instructions de programme permettant la mise en œuvre du procédé de codage et/ou du procédé de décodage décrits ci-dessus.

L'invention concerne encore un signal de données d'images, comprend une

première partie comprenant des données représentatives d'au moins un jeu de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée, et une deuxième partie comprenant des données représentatives d'au moins deux images codées à l'aide d'un desdits jeux de bases de fonctions de
5 référence.

Avantageusement, ladite première partie comprend au moins deux jeux de bases de fonctions de référence, correspondant à des structures d'images distinctes, et en ce que chaque image de ladite deuxième partie comprend une information permettant la sélection de l'un desdits jeux de bases de fonctions de
10 référence.

De façon préférentielle, les données de ladite première partie et/ou de ladite deuxième partie sont organisées de façon à permettre une reconstruction d'image progressive et/ou avec un niveau de qualité de reconstruction prédéterminé.

15 Selon une caractéristique préférentielle, lesdites images sont codées selon un procédé mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, lesdites fonctions de référence étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition
20 les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition, le codage des images associant, à tout niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition, de façon à produire une
25 image reconstruite, représentative d'une image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

L'invention trouve des applications dans de nombreux domaines, et en particulier pour le codage d'images fixes et le codage d'images intra d'un flux d'images animées.

30 D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront à la

lecture de la description suivante de modes de réalisation préférentiels de l'invention, donnés à titre de simples exemples illustratifs et non limitatifs, et des dessins annexés, parmi lesquels :

- 5 - la figure 1 illustre la façon dont on détermine les coordonnées d'un point P ;
- les figures 2A à 2D présentent les différentes positions d'une arête dans un maillage, selon l'approche de Quark, discuté en annexe 1 ;
- la figure 3 est un schéma synoptique simplifié du principe général d'un mode de réalisation de l'invention ;
- 10 - la figure 4 illustre un k-disque pris en compte pour le calcul des fonctions de pré-ondelettes, dans un exemple de mise en œuvre de l'invention ;
- la figure 5 présente un exemple de structure de signal exploitant le principe illustré en figure 3.

15 L'invention repose donc notamment sur l'utilisation d'ondelettes, ou de pré-ondelettes, spécifiques, basée sur l'orthogonalisation des bases complémentaires.

 On peut envisager de manière similaire de l'appliquer aux ondelettes de type box-splines [2]. Les premières sont des préondelettes sur maillage
20 triangulaire dont les coefficients significatifs sont peu nombreux. Les ondelettes box-splines sont également construites à partir de maillages et représentent un moyen de construire des ondelettes bidimensionnelles qui ne soient pas basées sur le produit tensoriel de bases d'ondelettes monodimensionnelles.

 La méthode proposée constitue une amélioration de la méthode précédente
25 de codage par maillages développée dans [7]. Elle concerne le codage d'images fixes mais peut aussi s'appliquer au codage des images intra dans le cadre de compression video en particulier les codages utilisant les maillages conjointement pour l'approximation de surface intra et l'estimation de mouvement inter.

 L'approche peut donc s'appliquer de manière générale à la transmission et
30 au stockage d'images.

Parmi les applications dans lesquelles le procédé peut être utilisé, on peut donc citer :

- les applications liées à la téléconférence ;
- la transmission progressive d'images naturelles sur un réseau distribué ;
- codage des images intra dans un schéma de compression video basé sur les maillages et application aux VOP.

La figure 3 illustre donc, de façon simplifiée, le principe général de l'invention.

On considère un maillage emboîté (311), de type connu en soi, définissant une pluralité d'espaces V_n , correspondant chacun à un niveau du maillage.

Pour chaque de ces espaces, on recherche des bases orthogonales (312), selon la technique décrite en détail par la suite. On en déduit (313) des matrices de codage, permettant de déterminer des coefficients d'image optimisés pour chacun des niveaux du maillage.

Il est à noter que ces opérations sont indépendantes du contenu de l'image. Elles sont simplement liées au maillage utilisé. Il peut donc avantageusement s'agir d'une étape préliminaire 31, produisant des matrices de codage et de décodage qui pourront ensuite être utilisées pour une pluralité d'images, dès lors qu'elles sont associées au même maillage.

On prévoit donc une étape 32 de codage proprement dit, qui peut être répétée plusieurs fois (321) sans revenir sur le calcul des bases orthogonales. On dispose ainsi d'un procédé relativement simple, les matrices ayant été calculées une fois pour toutes.

Pour chaque image source reçue (322), qui peut être notamment une image fixe ou une image intra d'un flux vidéo, on calcule (323) les coefficients d'image correspondant à chaque niveau du maillage, à l'aide des matrices, puis on transmet (324), ou on stocke, les coefficients obtenus.

Le décodage 33 effectue les opérations inverses. Il dispose des matrices de décodage, qui peuvent être implantées définitivement en mémoire ou qui sont

reçues (331), par exemple au début d'un flux vidéo, pour initialiser le décodeur.

A réception (332) des coefficients codés, le décodeur reconstruit progressivement (333) chaque image jusqu'au niveau de qualité souhaitée.

Le fait que les mêmes bases peuvent être utilisées pour plusieurs images
5 permet de définir une structure avantageuse de signal, telle qu'illustrée en figure 5.

Le signal comprend une première partie 51 d'initialisation, qui contient les bases de fonctions déterminées une fois pour toutes, et une seconde partie 52 de données d'images, comprenant des coefficients déterminés à l'aide desdites bases. On obtient ainsi un débit réduit, la première partie 51 étant transmise une seule
10 fois, en début de séquence.

Lorsqu'il y a plusieurs jeux de bases de fonctions 511, 512,...correspondant à autant de types d'images, on prévoit un système d'identification de celles-ci. Pour chaque image ou série d'images, ou simplement lorsqu'un changement est nécessaire, on transmet en préambule des données 521
15 d'une image un identifiant 5211 indiquant le jeu de bases de fonctions à utiliser.

On peut prévoir des flux de transmission distincts pour les parties 51 et 52. On peut également prévoir au moins deux flux pour la partie 52 : un premier flux correspondant à un ou plusieurs niveaux "grossiers", et plusieurs autres flux correspondant à des niveaux plus raffinés. Selon les besoins, le débit et/ou les
20 moyens disponibles, on choisit les flux utilisés.

On peut également prévoir que la première partie 51 est connue une fois pour toutes des terminaux (par exemple sous la forme d'un CD-ROM). Dans ce cas, seule la partie 52 est transmise, ce qui correspond à un débit très réduit.

Le même principe s'applique également, bien sûr, aux supports de données
25 stockant des images ainsi codées.

On décrit maintenant plus en détail la mise en œuvre d'un mode de réalisation de l'invention.

1. Définition des nouveaux coefficients

On considère ici que l'on dispose d'espaces emboîtés V_0, V_1, \dots, V_n ,

associés à des maillages triangulaires également emboîtés. La dimension de ces espaces correspond au nombre de sommets du maillage considéré. On suppose ici que l'on dispose, pour chaque espace V_p d'une base $\phi_i^{(p)}$ où chaque fonction est associée au sommet i de manière univoque. En général on utilise des bases de

5 fonctions dont la restriction à chaque triangle est polynomiale.

La base affine présentée en annexe 2 est un cas particulier de telles bases où les polynômes considérés sont de degré 1 c'est à dire que les espaces vectoriels dans lesquels on se place sont limités aux fonctions affines par morceaux et continues globalement. De manière à utiliser les propriétés de la multirésolution,

10 on cherche des bases qui soient reliées d'un niveau à un autre par une équation de raffinement de type :

$$(6) \phi_i^{(p-1)} = \sum_{j \in V_i^{(p)}} a_{j\phi} \phi_j^{(p)}$$

On dispose grâce à la hiérarchie de maillages d'une suite d'espaces

15 emboîtés, chacun correspondant à une représentation et à une qualité de l'image données. Si l'on dispose des espaces V_n et V_{n+1} on s'intéresse ici à trouver une base de l'espace W_n tel que $V_n \oplus W_n = V_{n+1}$ où le \oplus désigne la somme orthogonale des 2 espaces vectoriels. On sait que l'on peut donc avoir l'écriture suivante pour l'approximation de l'image I :

$$(7) \hat{I} = \sum_{i=1}^{N_0} \alpha_i^{(0)} \phi_i^{(0)} + \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^{N_p} \beta_i^{(p)} \psi_i^{(p)}$$

20

où l'indice p décrit l'ensemble des différentes résolutions et où N_p désigne la dimension de W_p .

Les fonctions $\psi_i^{(p)}$ sont choisies de manière à constituer une base de l'espace W_p . Par ailleurs, $\dim W_p = \dim V_{p+1} - \dim V_p$, donc le nombre de

25 fonctions $\psi_i^{(p)}$ est égal au nombre de nouveaux sommets pour la résolution p . On

peut donc associer de manière bijective les fonctions de base de W_p avec les nouveaux sommets.

On appelle ces fonctions préondelettes. Dans le cas particulier où les fonctions de base d'un même niveau sont orthogonales entre elles on les appellera
5 ondelettes.

De manière pratique, les obstacles rencontrés dans l'application de la méthode proposée proviennent de la difficulté d'exhiber les bases $(\psi^{(p)}_i)$ dont les fonctions possèdent des supports limités à un nombre fini et le plus faible possible de triangles contigus au sommet de référence. Ainsi on ne peut se contenter
10 d'orthogonaliser la base initiale de manière arbitraire. On donne dans les sections suivantes des exemples pratiques d'application où la méthode peut s'appliquer.

Une fois que l'on dispose d'une telle décomposition des approximations de l'image, on peut coder les coefficients obtenus selon les méthodes classiques. Notons que dans ce cas l'orthogonalité entre deux niveaux de résolution
15 successifs invalide un codage différentiel : les coefficients obtenus sont directement quantifiés et codés par le biais d'un codeur arithmétique.

2. Calcul pratique des nouveaux coefficients

Pour simplifier, le calcul est détaillé dans le cas où nous disposons simplement de deux espaces successifs V_0 et V_1 . On cherche donc une base de
20 l'espace W_0 . Comme chaque fonction $(\psi^{(0)}_i)$ de cette base appartient à l'espace V_1 et que $V_0 \oplus W_0 = V_1$ on sait qu'il existe des coefficients w_{ij} tels que :

$$(8) \psi_i^{(0)} = \sum_{j=1}^{N_1} w_{ij}^{(0)} \phi_j^{(1)}$$

La première étape de l'algorithme consiste donc à déterminer la matrice
25 $W^{(0)} = (w_{ij})$.

En effet cette matrice constitue la matrice de passage de la base $(\phi_i^{(1)})$ de l'espace V_1 à la base de préondelettes de l'espace W_0 . On remarque que ces

calculs sont indépendants du contenu de l'image, et ne dépendent en fait que de la forme du maillage et du type de base choisie. Il est donc possible d'effectuer un précalcul pour les maillages classiquement utilisés. Ce précalcul dépend de la manière dont on construit les bases de préondelettes. La sous-section 5.4 et la

5 section 6 montrent des exemples pratiques de telles constructions. De même on note $W(p)$ la même matrice pour les niveaux p et $p+1$.

Décrivons maintenant le calcul effectif des coefficients à partir des matrices de passage précédentes. Si pour une image donnée on dispose de p niveaux de résolution :

10

$$(9) \hat{I}_p = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)}$$

On peut calculer pour chaque niveau les coefficients $(\beta(p)i)$ qui correspondent aux coefficients de l'équation (7) en résolvant un système linéaire. En effet on a :

$$(10) V^{(p-1)} \alpha^{(p-1)} = \alpha^{(p)}$$

$$(11) W^{(p-1)} \beta^{(p-1)} = \alpha^{(p)}$$

15

Il suffit donc pour obtenir les coefficients voulus de résoudre le système linéaire

$$(12) A^{(p-1)} X = \alpha^{(p)}$$

avec

$$A^{(p-1)} = \begin{pmatrix} V^{(p-1)} \\ W^{(p-1)} \end{pmatrix}$$

20

Le vecteur X étant composé des coordonnées d'approximation de l'image

dans la nouvelle base.

Parmi les méthodes de résolution effective de tels systèmes linéaires, on peut distinguer différentes méthodes parmi lesquelles les méthodes itératives. On s'est plutôt orienté vers des méthodes de résolution basées sur l'utilisation des propriétés des matrices creuses. Naturellement cette méthode n'est applicable
5 dans la pratique que dans la mesure où les matrices correspondantes sont suffisamment creuses pour permettre une complexité en temps de calcul acceptable grâce à l'utilisation des matrices profils.

Dans notre cas précis, cette propriété correspond à la limitation du support
10 des fonctions préondelettes utilisées à un nombre suffisamment faible de sommets. Ces méthodes de résolution de systèmes linéaires constituent une première possibilité. Il peut cependant exister d'autres solutions susceptibles d'accélérer les temps de calcul et évitant la résolution explicite de l'intégralité du système linéaire.

15 Nous allons illustrer par quelques exemples comment il est possible d'exhiber des bases de préondelettes sur des maillages.

3.1 détermination des bases

On donne ici l'exemple de préondelettes basées sur les fonctions éléments finis affines de Lagrange. On définit le k -disque $D_{i,k}^{(p)}$ autour d'un sommet i du
20 maillage comme l'ensemble des sommets que l'on peut relier par un chemin constitué de moins de k arêtes du maillage du niveau p (voir figure 3). On cherche ici simplement à construire la base de préondelettes comme étant la projection orthogonale de $(\varphi^{(p+1)})_i$ sur W_p à support limité à un k -disque autour du sommet i , où i décrit l'ensemble des nœuds du niveau $p+1$ qui n'existaient pas au
25 niveau p . On exprime les fonctions $(\psi^{(p)})_i$ de la manière suivante pour les i correspondant aux sommets qui appartiennent au niveau p mais n'existaient pas au niveau $p-1$:

$$(13) \quad \psi_i^{(p)} = \varphi_i^{(p+1)} - \sum_{j \in D_{i,k}^{(p)}} q_{ij} \varphi_j^{(p)}$$

Pour déterminer les coefficients de la matrice $Q=q_{ij}$ on doit écrire les conditions d'orthogonalité de $\psi^{(p)}_i$ avec V_p . On écrit donc :

$$\forall k = 1, \dots, N_p, \langle \psi_i^{(p)}, \varphi_k^{(p)} \rangle = 0$$

soit encore (pour i nouveau sommet et k ancien sommet):

$$(14) \langle \varphi_i^{(p+1)}, \varphi_k^{(p)} \rangle = \sum_{j \in D_i^{(p)}} q_{ij} \langle \varphi_j^{(p)}, \varphi_k^{(p)} \rangle$$

5

Grâce à l'équation de raffinement, on connaît l'expression des fonctions de V_p en fonction de fonctions de V_{p+1} . On en déduit que Q est solution d'un système linéaire qui ne dépend que des produits scalaires de fonctions de même niveau. On sait calculer ces produits scalaires en fonction de la mesure des triangles [6].

10

$$(15) \varphi_i^{(p+1)} = \varphi_i^{(p)} + \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

On est maintenant en état de déduire les coefficients de la matrice W en se servant de l'équation de raffinement (4). Dans la sous-section suivante, on explicite les procédures utiles pour le calcul et le codage de l'image.

15

3.2 Calcul et codage

Supposons que l'on veuille coder une image sur laquelle on dispose de deux niveaux de maillage. La première étape de l'algorithme consiste à effectuer par la méthode décrite dans [7] une optimisation des valeurs nodales sur la base d'éléments finis affines $\varphi^{(p)}_i$, où i décrit l'ensemble des sommets du niveau 1. On obtient donc la décomposition donnée par l'équation (3).

20

On rappelle que la minimisation de l'erreur quadratique définie dans l'équation (2) revient à la résolution d'un système linéaire que l'on résout par des méthodes profils [7]. On écrit ce système linéaire de la manière suivante :

$$E = \sum_{(x,y) \in \Omega}^N (I(x,y) - \sum_{n \in V_p} \alpha_n^{(p)} \varphi_n^{(p)}(x,y))^2$$

On considère donc l'image définie par ses valeurs pixeliques $I(x,y)$. On cherche à minimiser E , où Ω représente l'ensemble des pixels de l'image et V_p l'ensemble des sommets du niveau de résolution p . On obtient le minimum en

5 écrivant les N_p équations :

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_n^{(p)}} = 0, n = 1, \dots, N_p$$

Pour un sommet n donné on note $S(n)$ le support de la fonction $\varphi_n^{(p)}$, on a alors les N_p équations suivantes :

$$\sum_{(x,y) \in S(n)} \sum_{k \in V^{(p)}} \varphi_n(x,y) \varphi_k(x,y) \alpha_k^{(p)} = \sum_{(x,y) \in S(n)} I(x,y) \varphi_n(x,y)$$

10 On doit donc résoudre donc un système linéaire $Ax=B$ où l'on calcule la matrice A et le vecteur B de la manière suivante, après avoir initialisé A et B à 0 :

Pour $i=1, \dots, N_T$ (nombre de triangles pour le maillage considéré)

Pour (x,y) dans T_i (parcours des pixels du triangle T_i)

Pour $j=1$ à 3 (sommets de T_i)

15 **Calcul de $f_j = \varphi_{m(j)}(x,y)$ où $m(j)$ est l'indice du $j^{\text{ème}}$ sommet de T_i**

Pour $(k=1$ à 3, $j=1$ à 3) (rem. Si (k,j) est fait on ne fait pas (j,k))

$$A_{m(k),m(j)} = A_{m(k),m(j)} + f_k * f_j$$

Pour $(j=1$ à 3)

$$B_{m(j)} = B_{m(j)} + f_j * I(x,y)$$

20 **Fin pour j**

Fin pour i

Algorithme 1 : Optimisation des valeurs nodales

La matrice A étant symétrique définie positive et présentant un nombre important de valeurs nulles, on résout alors le système linéaire par une méthode profil.

5 Maintenant que l'on dispose des coefficients α déterminons les coefficients sur la base des préondelettes. De l'équation (15) on déduit un système linéaire permettant de décomposer l'image sous la forme (7) pour $P=p$. Décrivons le passage entre deux niveaux c'est-à-dire le passage de l'écriture :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)} + \sum_{k=p+1}^P \sum_{i=1}^{N_p} \beta_i^{(k)} \psi_i^{(k)}$$

à l'écriture :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_{p-1}} \alpha_i^{(p-1)} \varphi_i^{(p-1)} + \sum_{k=p}^P \sum_{i=1}^{N_p} \beta_i^{(k)} \psi_i^{(k)}$$

10

A chaque étape on cherche donc à résoudre un système linéaire $Cx=\alpha$ où les coefficients de la matrice C sont les coefficients de synthèse. On initialise la matrice C à 0. Dans le cas présent, on va déterminer la matrice C en utilisant les équations (4) et (13). Dans un premier temps, donnons l'algorithme qui permet de
15 calculer les coefficients q_{ij} de l'équation (13). Pour cela on déduit un système des équations (14) $Dq=E$.

Pour simplifier on considère ici le k-disque égal à tout le maillage. On initialise les matrices D et E à 0. Avec :

$$E_{lk} = \langle \varphi_l^{(p)}, \varphi_k^{(p)} \rangle$$

$$B_{li} = \langle \varphi_l^{(p)}, \varphi_i^{(p+1)} \rangle$$

20

Si l'on choisit un maillage pour lequel tous les triangles d'un même niveau ont la même aire on a les relations suivantes qui permettent un calcul aisé des coefficients précédents [6] :

Pour $i \neq j$:

$$\langle \varphi_i^{(p)}, \varphi_j^{(p)} \rangle = \frac{1}{6} \sum_{T \in \mathcal{T}(i) \cap \mathcal{T}(j)} A(T)$$

5

Pour $i = j$:

$$\langle \varphi_i^{(p)}, \varphi_i^{(p)} \rangle = \frac{1}{12} \sum_{T \in \mathcal{T}(i) \cap \mathcal{T}(i)} A(T)$$

Ce nouveau système linéaire est encore un système à matrice suffisamment creuse ce qui nous autorise à utiliser une méthode adaptée. Cependant la matrice n'étant pas symétrique positive, Pour appliquer les méthodes profil, on remplace donc le système linéaire $Cx = \alpha$ par le système équivalent $tCCx = tC\alpha$. On obtient ainsi un système linéaire dont la matrice correspondante est bien symétrique définie positive (en effet C est inversible). Ce système est moins creux, mais la matrice correspondante possède encore un profil acceptable.

10

15 Lorsque l'on dispose de plus de deux niveaux de maillages, on itère le processus précédemment décrit. Une fois que l'on dispose de cette décomposition sur l'ensemble des niveaux de résolution, c'est-à-dire des coefficients $\alpha(0)_i$ et $\beta(p)_i$ de l'équation (7), on effectue une quantification scalaire et on transmet les valeurs quantifiées correspondant à un sommet sélectionné dans l'arbre de triangles raffinés.

20

La phase de décodage s'effectue en synthétisant les coefficients, cette fois-ci directement avec la matrice C et non son inverse. On obtient de cette manière des coefficients qui permettent d'obtenir une reconstruction globale de l'image par simple interpolation.

25 4. *deuxième exemple*

On donne ici un autre exemple de schéma de codage d'images fixes comme application de la présente méthode. On utilise ici les préondelettes basées arêtes décrites dans l'annexe 1. La phase d'optimisation des valeurs nodales est commune avec le premier exemple.

- 5 Dans ce cas le calcul des coefficients d'ondelettes s'effectue également à l'aide de la résolution d'un système linéaire $Cx=\alpha$. Pour déterminer les coefficients de la matrice C on applique alors l'algorithme suivant :

Pour $i=1,\dots,N_p$

$C_{ii} = 1$

- 10 **Pour j voisin de i dans le maillage**

$C_{ij} = 1$

Fin pour j

Fin pour i

Pour $i=N_p+1,\dots,N_{p+1}$

- 15 **$C_{ii} = U$ déterminé par la position de l'arête i correspondante**

$C_{ij} \neq 0$ est calculé pour les cas déterminés dans sous-section précédente

Fin pour i

Algorithme 2 : Remplissage de la matrice de passage C .

- 20 Notons que cette méthode ne pose pas d'implémentation sur les bords. En effet le mode de construction des préondelettes a tenu compte des différentes configurations possibles pour un maillage borné quelconque.

5. *application avec des "box splines"*

5.1 Description de la méthode

- 25 On peut également appliquer la méthode sur d'autres types de construction d'ondelettes ou de préondelettes. On peut ainsi construire des bases explicites d'ondelettes à partir d'espaces emboîtés sur lesquels on a construit une multi-résolution. Une méthode générale de construction de bases d'ondelettes multi-dimensionnelles est développée dans [3]. L'intérêt d'utiliser de telles ondelettes

par rapport aux ondelettes construites par produit tensoriel réside dans la meilleure adaptation des fonctions de base au cadre multi-dimensionnel.

Dans [2] ce principe est repris et on donne de plus une méthode permettant de déterminer une base de préondelettes à support compact qui seront donc
5 directement utilisables dans la pratique. On se propose ici d'appliquer cette décomposition en ondelettes box-splines

5.2 Algorithme

Des exemples de fonctions box-splines sont données dans [2]. Les coefficients explicites des fonctions de la base y sont donnés. On peut donc,
10 comme précédemment en déduire une matrice de passage W qui nous permet de déterminer les coefficients ondelettes correspondant. Les algorithmes s'écrivent exactement de la façon suivante : par exemple les coefficients peuvent être déduits directement des exemples explicités dans [2].

ANNEXE 1

Une arête est dite intérieure si elle délimite deux triangles du maillage, sinon elle est dite extérieure. L'arête peut être intérieure avec ses deux sommets intérieurs(a), intérieure avec l'un des deux sommets extérieur (b), intérieure avec ses deux sommets extérieurs (c) ou encore elle même extérieure (d). Les différents cas sont montrés figure2. Une telle base de représentation présente donc l'avantage d'être adaptée à la multirésolution et d'être utilisable facilement grâce à la petite taille du support utilisé.

Rappelons l'expression explicite des préondelettes de Quak dans les différents cas. Considérons le premier cas. Soit u le nouveau sommet considéré, soient a_1 et a_2 les deux sommets et s et t leurs connectivités respectives au niveau de maillage 1, on a alors une préondelette possible $\psi_u^{(0)}$ en écrivant :

$$(16) \psi_u^{(0)} = U \varphi_u^{(1)} + A_1 \varphi_{a_1}^{(1)} + A_2 \varphi_{a_2}^{(1)} + \sum_{i=1}^{s-1} B_i \varphi_{b_i}^{(1)} + \sum_{i=1}^{t-1} C_i \varphi_{c_i}^{(1)}$$

où b_i décrit les sommets connexes à a_1 et différents de u et c_i les sommets connexes à a_2 et différents de u . Pour un sommet a donné la fonction φ_a désigne ici l'élément fini affine associé au sommet a pour le maillage correspondant.

L'expression des coefficients est donnée par :

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2s} \\ A_2 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2t} \\ U &= -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{1+\lambda^s}{1-\lambda^s} + \frac{1+\lambda^t}{1-\lambda^t} \\ B_i &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^t + \lambda^{s-i}}{1-\lambda^s} \\ C_i &= -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^s + \lambda^{t-i}}{1-\lambda^t} \end{aligned}$$

avec :

$$\lambda = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Dans le deuxième cas, on suppose que l'une des deux extrémités de l'arête est un sommet extérieur du maillage. On note alors s_1 le nombre de sommets voisins de a_1 et situés à gauche de l'arête considérée et s_2 le nombre de sommets voisins de a_1 et situés à droite de l'arête. Les coefficients correspondant sont respectivement notés B^1_i et B^2_i . On a alors l'expression suivante des coefficients :

$$A_1 = -\frac{3\sqrt{21}}{2(s_1 + s_2)}$$

$$A_2 = -\frac{3\sqrt{21}}{2t}$$

$$U = -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{(\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1})(\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2})}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}} + \frac{1 + \lambda^t}{1 - \lambda^t}$$

$$B^1_i = -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_1} + \lambda^{s_1-i})$$

$$B^2_i = -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_2} + \lambda^{s_2-i})$$

$$C_j = -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^j + \lambda^{t-j}}{1 - \lambda^t}$$

Dans le troisième cas on utilise les mêmes notations en distinguant également les t_1 sommets voisins de b_1 et situés à gauche de l'arête considérée et t_2 le nombre de sommets voisins de b_1 et situés à droite de l'arête.

$$A_1 = -\frac{3\sqrt{21}}{2(s_1 + s_2)}$$

$$A_2 = -\frac{3\sqrt{21}}{2(t_1 + t_2)}$$

$$U = -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{(\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1})(\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2})}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}} + \frac{(\lambda^{t_1} + \lambda^{-t_1})(\lambda^{t_2} + \lambda^{-t_2})}{\lambda^{-t_1-t_2} - \lambda^{t_1+t_2}}$$

$$B_i^1 = -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_1} + \lambda^{s_1-i})$$

$$B_i^2 = -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_2} + \lambda^{s_2-i})$$

$$C_j^1 = -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^{t_2} + \lambda^{-t_2}}{\lambda^{-t_1-t_2} - \lambda^{t_1+t_2}}(\lambda^{j-t_1} + \lambda^{t_1-j})$$

$$C_j^2 = -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^{t_1} + \lambda^{-t_1}}{\lambda^{-t_1-t_2} - \lambda^{t_1+t_2}}(\lambda^{j-t_2} + \lambda^{t_2-j})$$

Enfin dans le dernier cas, où l'arête est extérieure on a :

$$A_1 = -\frac{3\sqrt{21}}{2s}$$

$$A_2 = -\frac{3\sqrt{21}}{2t}$$

$$U = -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{2(\lambda^{-s} + \lambda^s)}{\lambda^{-s} - \lambda^s} + \frac{2(\lambda^{-t} + \lambda^t)}{\lambda^{-t} - \lambda^t}$$

$$B_i = -\frac{1}{14}A_1 + \frac{2}{\lambda^{-s} - \lambda^s}(\lambda^{i-s} + \lambda^{s-i})$$

$$C_j = -\frac{1}{14}A_2 + \frac{2}{\lambda^{-t} - \lambda^t}(\lambda^{j-t} + \lambda^{t-j})$$

On dispose donc dans tous les cas de figures de l'expression de la préondelette correspondant à un nouveau sommet en fonction de la base des fonctions affines du niveau le plus fin.

ANNEXE 2

1. *Approximation de surfaces*

Pour simplifier, on considère une image en niveaux de gris (luminance). Pour les bandes de chrominance, on peut appliquer une méthode similaire. On peut donc considérer l'image comme étant une représentation discrétisée d'une surface paramétrique. On s'intéresse ici à la représentation de cette surface par un maillage.

On suppose que l'on dispose d'un maillage triangulaire quelconque recouvrant l'ensemble du domaine de l'image. On utilise alors les fonctions de base C^0 de Lagrange centrées sur un sommet. On obtient ainsi une approximation \hat{I} de l'image I sous la forme :

$$(1) \hat{I} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i, \forall i, \alpha_i \in R$$

où N désigne le nombre de sommets du maillage, φ_i est la fonction affine prenant la valeur 1 sur le sommet i et telle que la valeur en un point d'un des triangles dont i est le sommet soit égale à la coordonnée barycentrique de ce point par rapport au sommet i (voir figure 1). Cette fonction est donc nulle en dehors des faces triangulaires dont l'un des sommets est le sommet i . Les coefficients α_i sont calculés de manière à minimiser l'erreur quadratique:

$$(2) E = \left\| I - \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i \right\|_{L^2}$$

sur le support de l'image.

2. *Hierarchie de maillages*

La méthode utilise une hiérarchie de maillages triangulaires emboîtés. On dispose initialement d'un maillage triangulaire. On se dote ensuite d'une règle de subdivision des maillages. On peut par exemple obtenir les maillages suivants en
5 insérant au milieu de chaque arête du maillage un nouveau sommet.

Chaque triangle est dans ce cas divisé en 4 nouveaux triangles. On utilise cette représentation de l'image de manière à disposer d'approximations successives de l'image, chacune correspondant à une résolution donnée. On exploite ensuite cette hiérarchie en subdivisant uniquement les triangles dont
10 l'erreur quadratique de reconstruction est supérieure à un certain seuil. Le valeur de ce seuil détermine en partie la qualité de reconstruction désirée. On obtient ainsi un arbre de subdivision de la hiérarchie qui doit être transmis au codeur et permet au décodeur de déterminer quels sont les triangles raffinés.

3. *Codage des coefficients*

15 On transmet dans tous les cas des valeurs pour le niveau de base (le plus grossier de la hiérarchie). En effet ces valeurs sont nécessaires pour une reconstruction minimale de l'image. Au niveau 0 on a :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(0)} \varphi_i^{(0)}$$

20 Au niveau 1 on peut donc écrire :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_i^{(1)} \varphi_i^{(1)} = \sum_{i=1}^{N_0} \alpha_i^{(1)} \varphi_i^{(1)} + \sum_{i=N_0+1}^{N_1} \alpha_i^{(1)} \varphi_i^{(1)}$$

Où les N_0 premiers sommets correspondent aux sommets du maillage de niveau 1 qui existaient déjà dans le maillage de niveau 0 et les $N_1 - N_0$ sommets du deuxième

terme correspondent aux sommets du niveau 1 qui n'existaient pas au niveau 0. A un niveau p quelconque on dispose donc de la représentation :

$$(3) \hat{I} = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)} = \sum_{i=1}^{N_{p-1}} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)} + \sum_{i=N_{p-1}+1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)}$$

- 5 Le premier terme de la somme correspond aux N_p sommets du niveau de résolution p et le deuxième terme de la somme correspond aux nouveaux sommets insérés au niveau p+1. Pour les N_p premiers sommets on a :

$$(4) \varphi_i^{(p)} = \varphi_i^{(p-1)} - \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

- 10 Où $V_i^{(p)}$ représente l'ensemble des sommets voisins du sommet i dans le maillage p.

On peut donc exprimer la représentation de l'image sous la forme différentielle suivante :

$$(5) \hat{I} = \sum_{i=1}^{N_0} \alpha_i^{(0)} \varphi_i^{(0)} + \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{i=1}^{N_p} \delta_i^{(p)} \varphi_i^{(p)}$$

15 4. **Remarque :**

- De manière à homogénéiser les coefficients ainsi obtenus, on retranche aux coefficients du premier niveau leur moyenne. Cette représentation permet d'exploiter les redondances spatiales liées à la corrélation statistique entre pixels proches dans l'image. La compression est effectuée par le biais d'une quantification de ces coefficients suivie d'un codage arithmétique adaptatif. Par ailleurs les coefficients n'appartenant à aucun des triangles sélectionnés dans l'étape de raffinement adaptatif ne sont pas codés ; en effet ne pas raffiner un
- 20

triangle revient à considérer que les coefficients des sommets correspondant aux résolutions plus fines à l'intérieur de ce triangle sont les valeurs interpolées, ce qui est équivalent à assigner 0 au coefficient $\delta^{(p)}$.

5. *Intérêt de la méthode*

- 5 La méthode permet donc d'obtenir un schéma simple de codage d'images fixes par le biais de l'utilisation d'une hiérarchie de maillages réguliers emboîtés. Ceci permet d'obtenir des taux de compression efficaces. Par ailleurs un tel schéma de codage est bien adapté à une transmission scalaire des coefficients.

ANNEXE 3

REFERENCES

- 5 [1] Michael Floater et Ewald Quak, Piecewise linear prewavelets on
arbitrary triangulations, Numerische Mathematik Springer-Verlag 1999, 82, pp.
221-252
- [2] Sherman D. Riemenschneider et Zuowei Shen, Wavelets and
PreWavelets in Low Dimension, Analysis and Approximation Theory Seminar
10 University of Alberta
- [3] Yves Meyer, Ondelettes, Hermann, 1990
- [4] Amir Said et William Pearlman. A new, fast, and efficient image codec
based on set partitioning in hierarchical trees. IEEE Transactions on Circuits and
Systems for Video Technology, 6(3) :243-250, June 1996
- 15 [5] David Taubman. High Performance Scalable Image Compression with
EBCOT 1999
- [6] P.-A. Raviart et J.M. Thomas. Introduction à l'Analyse Numérique des
Equations aux Dérivées Partielles. Masson, 1992.
- [7] Patrick Lechat et Henri Sanson. Combined mesh-based image
20 representation and motion estimation, application to video coding. Proc. of ICIP
98, vol.2 pp 909-914, Chicago-USA, Oct.4-7 1998
- [8] Gwenaëlle Marquant. Représentation par maillage adaptatif déformable pour
la manipulation et la communication d'objets video. Thèse, décembre 2000
Université de Rennes1
- 25

REVENDEICATIONS

1. Procédé de codage d'au moins une image source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant
5 chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, caractérisé en ce que, à au moins niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition,
10 lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.
- 15 2. Procédé de codage selon la revendication 1, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition.
- 20 3. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 et 2, caractérisé en ce qu'on associe audit niveau n de décomposition un espace mathématique de représentation d'une image V_n tel que $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$, où :
 - V_{n-1} est l'espace associé au niveau $n-1$ de décomposition ;
 - W_{n-1} est un espace orthogonal à V_{n-1} ,
- 25 et en ce qu'on associe audit espace V_n d'une part une base de fonctions affines par morceaux ϕ_n , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :
 - une base de fonctions affines par morceaux ϕ_{n-1} dudit espace V_{n-1} ;
 - une base de fonctions de pré-ondelettes ψ_{n-1} dudit espace W_{n-1} ,
- 30 dans laquelle on exprime lesdits coefficients d'image.

4. Procédé de codage selon la revendication 3, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont des fonctions d'ondelettes, orthogonales entre elles.
5. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 3 et 4, caractérisé en ce que chacune desdites fonctions de pré-ondelettes possède un support étroit, limité à un nombre prédéfini de sommets dudit maillage situé au voisinage d'un sommet de référence pour ladite fonction.
6. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 3 à 5, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont monodimensionnelles.
7. Procédé de codage selon la revendication 6, chacune desdites fonctions de pré-ondelettes est déterminée en tenant compte de la position dans ledit maillage d'au moins une arête portant un nouveau sommet dudit maillage, auquel ladite fonction sera affectée.
8. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 3 à 7, caractérisé en ce que la base $\varphi_i^{(p+1)}$ est obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\varphi_i^{(p+1)} = \varphi_i^{(p)} + \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

où $V_i^{(p)}$ est l'ensemble des sommets voisins du sommet j dans le maillage de niveau p .

9. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 3 à 5, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont multidimensionnelles.
10. Procédé de codage selon la revendication 9, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont des fonctions de type "box splines".
11. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 3 à 10, caractérisé en ce que la détermination des coefficients d'image à un niveau de maillage n repose sur la résolution d'un système linéaire :

$$A^{(p-1)}X = \alpha^{(p)}$$

avec :

$$A^{(p-1)} = \begin{pmatrix} V^{(p-1)} \\ W^{(p-1)} \end{pmatrix}$$

où X est le vecteur de coordonnées d'approximation de ladite image source $\alpha^{(p)}$, $W^{(p-1)}$ est la matrice de passage de la base $(\varphi_i^{(p-1)})$ de l'espace V_{p-1} à la base de fonctions de pré-ondelettes de l'espace W_{p-1} et $V^{(p-1)}$ est la matrice de l'espace V_{p-1} .

- 5 12. Procédé de codage selon la revendication 11, caractérisé en ce que la résolution dudit système linéaire met en œuvre un algorithme du type « matrices creuses » ou du type "matrices profils".
13. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 12, caractérisé en ce qu'il comprend :
 - 10 - une étape préalable de détermination de bases de fonction φ_n et ψ_n de référence, pour une structure d'image prédéterminée ;
 - une étape de codage d'images, utilisant systématiquement lesdites bases de fonction φ_n et ψ_n de référence, pour toute image ayant ladite structure d'image prédéterminée.
- 15 14. Procédé de codage selon la revendication 13, caractérisé en ce que, lors de ladite étape préalable, on détermine au moins deux jeux de bases de fonction φ_n et ψ_n de référence, correspondant chacune à une structure d'image prédéterminée particulière.
- 20 15. Procédé de construction de bases de fonctions pour le codage hiérarchique d'images source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, caractérisé en ce que, pour au moins une structure d'image prédéterminée, on associe à au moins niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), un espace mathématique de représentation d'une image V_n tel que
 - 25 $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$, où :
 - V_{n-1} est l'espace associé au niveau $n-1$ de décomposition ;
 - W_{n-1} est un espace orthogonal à V_{n-1} ,
 - et en ce qu'on associe audit espace V_n d'une part une base de fonctions affines par morceaux φ_n , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases
- 30

orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux ϕ_{n-1} dudit espace V_{n-1} ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes ψ_{n-1} dudit espace W_{n-1} ,

- dans laquelle on peut exprimer des coefficients d'image pour toute image ayant ladite structure d'image, permettant de produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.
- 5 16. Dispositif de codage d'images, mettant en œuvre le procédé de codage et/ou de construction de bases selon l'une quelconque des revendications 1 à 15.
- 10 17. Dispositif de codage d'au moins une image source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, caractérisé en ce que, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), il associe uniquement des coefficients d'image
- 15 exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition,
- 20 de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.
18. Dispositif de codage selon la revendication 17, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), il associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans
- 25 une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition.
19. Procédé de décodage d'images codées à l'aide du procédé de codage et/ou de construction de bases selon l'une quelconque des revendications 1 à 15.
20. Procédé de décodage d'images codées sous la forme de coefficients
- 30 d'image obtenus par la mise en œuvre d'un maillage hiérarchique définissant au

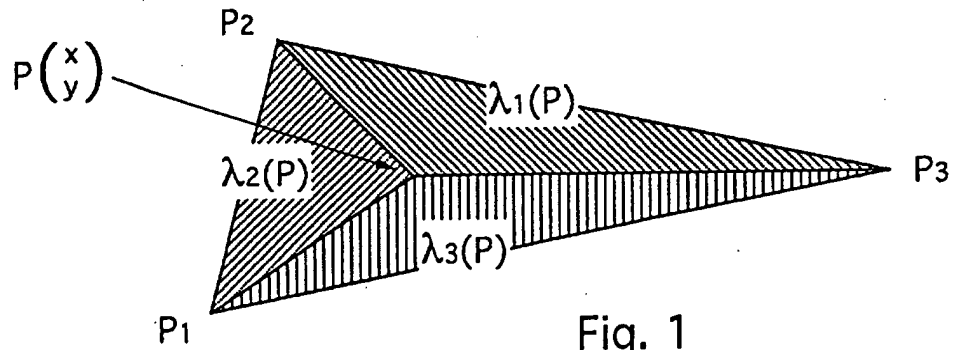
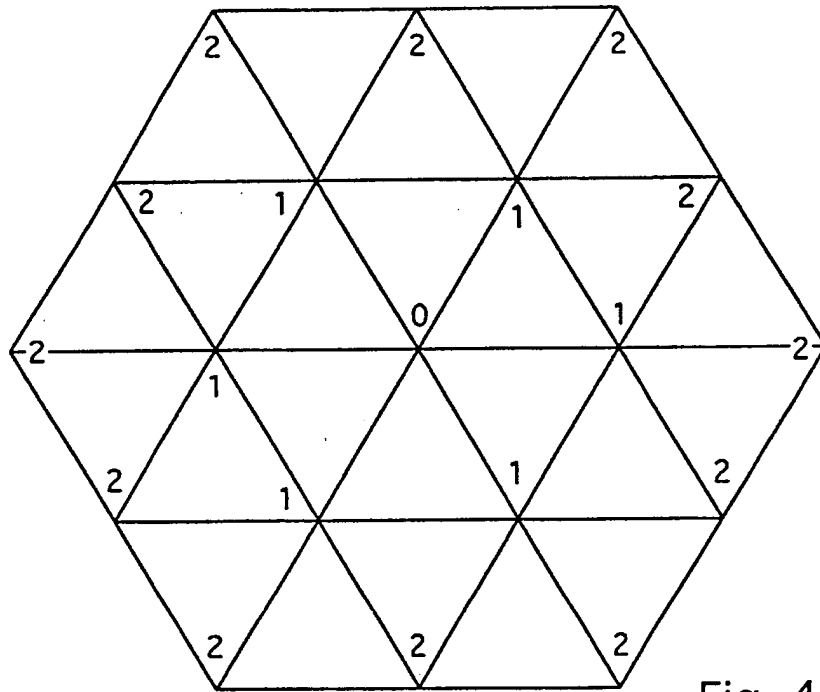
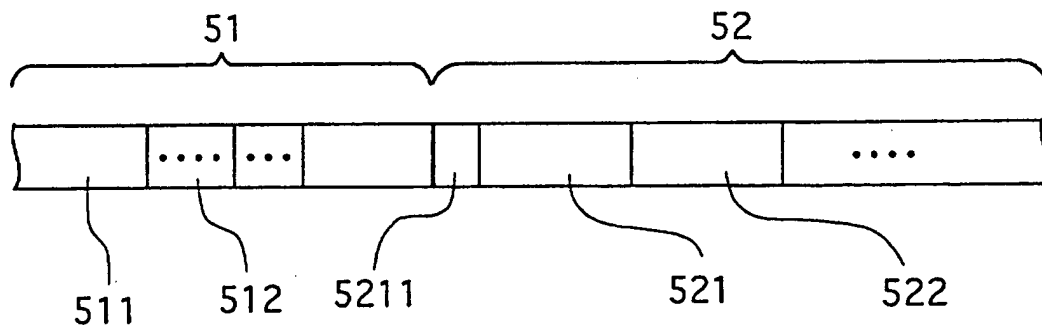
- moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage,
- selon un codage associant, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition,
- lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition.
- de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.
21. Procédé de décodage selon la revendication 20, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition.
22. Procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 20 ou 21, le procédé de codage étant un procédé selon l'une quelconque des revendications 3 à 14, caractérisé en ce qu'il comprend :
- une étape préalable de réception et/ou de stockage de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée ;
 - une étape de décodage d'images, utilisant les bases de fonctions de référence correspondant à la structure d'image de l'image à décoder.
23. Dispositif de décodage d'images codées, caractérisé en ce qu'il met en œuvre le procédé de l'une quelconque des revendications 20 à 22.
24. Dispositif de décodage d'images codées sous la forme de coefficients d'image obtenus par la mise en œuvre d'un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage,

- selon un codage associant, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition,
- 5 lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition.
- de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.
- 10 25. Dispositif de décodage selon la revendication 24, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition.
- 15 26. Programme informatique de codage et/ou de décodage d'images, caractérisé en ce qu'il comprend des instructions de programme permettant la mise en œuvre du procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 14 et/ou du procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 20 à 22.
- 20 27. Signal de données d'images, caractérisé en ce qu'il comprend une première partie comprenant des données représentatives d'au moins un jeu de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée, et une deuxième partie comprenant des données représentatives d'au moins deux images codées à l'aide d'un desdits jeux de bases de fonctions de référence.
- 25 28. Signal de données d'images selon la revendication 27, caractérisé en ce que ladite première partie comprend au moins deux jeux de bases de fonctions de référence, correspondant à des structures d'images distinctes, et en ce que chaque image de ladite deuxième partie comprend une information permettant la sélection de l'un desdits jeux de bases de fonctions de référence.
- 30 29. Signal de données d'images selon l'une quelconque des revendications 27 et 28, caractérisé en ce que les données de ladite première partie et/ou de ladite

deuxième partie sont organisées de façon à permettre une reconstruction d'image progressive et/ou avec un niveau de qualité de reconstruction prédéterminé.

30. Signal de données d'images selon l'une quelconque des revendications 27 à 29, caractérisé en ce que lesdites images sont codées selon un procédé mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, lesdites fonctions de référence étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent $n-1$ de décomposition.
- 10 le codage des images associant, à tout niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent $n-1$ de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative d'une image source,
- 15 avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.
31. Application du procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 14 et/ou du procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 20 à 22 au codage d'images fixes.
32. Application du procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 14 et/ou du procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 20 à 22 au codage et/ou au décodage d'images intra d'un flux d'images animées.
- 20

1/3

Fig. 1Fig. 4Fig. 5

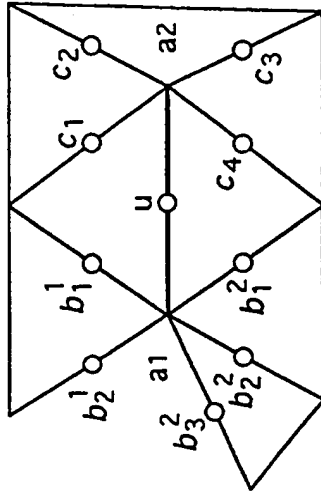


Fig. 2B

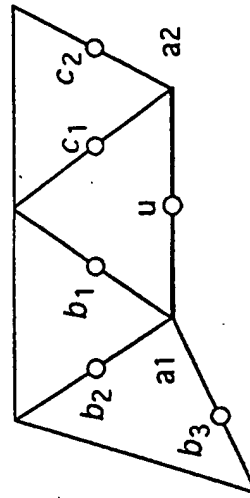


Fig. 2C

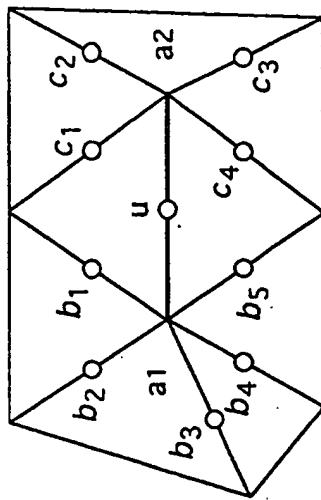


Fig. 2D

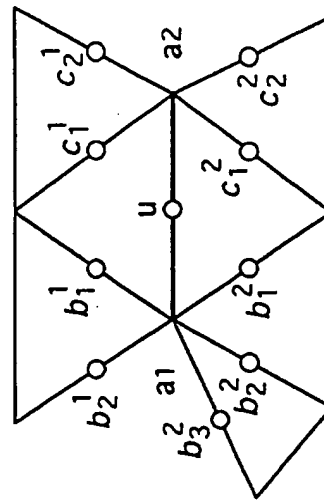


Fig. 2E

3/3

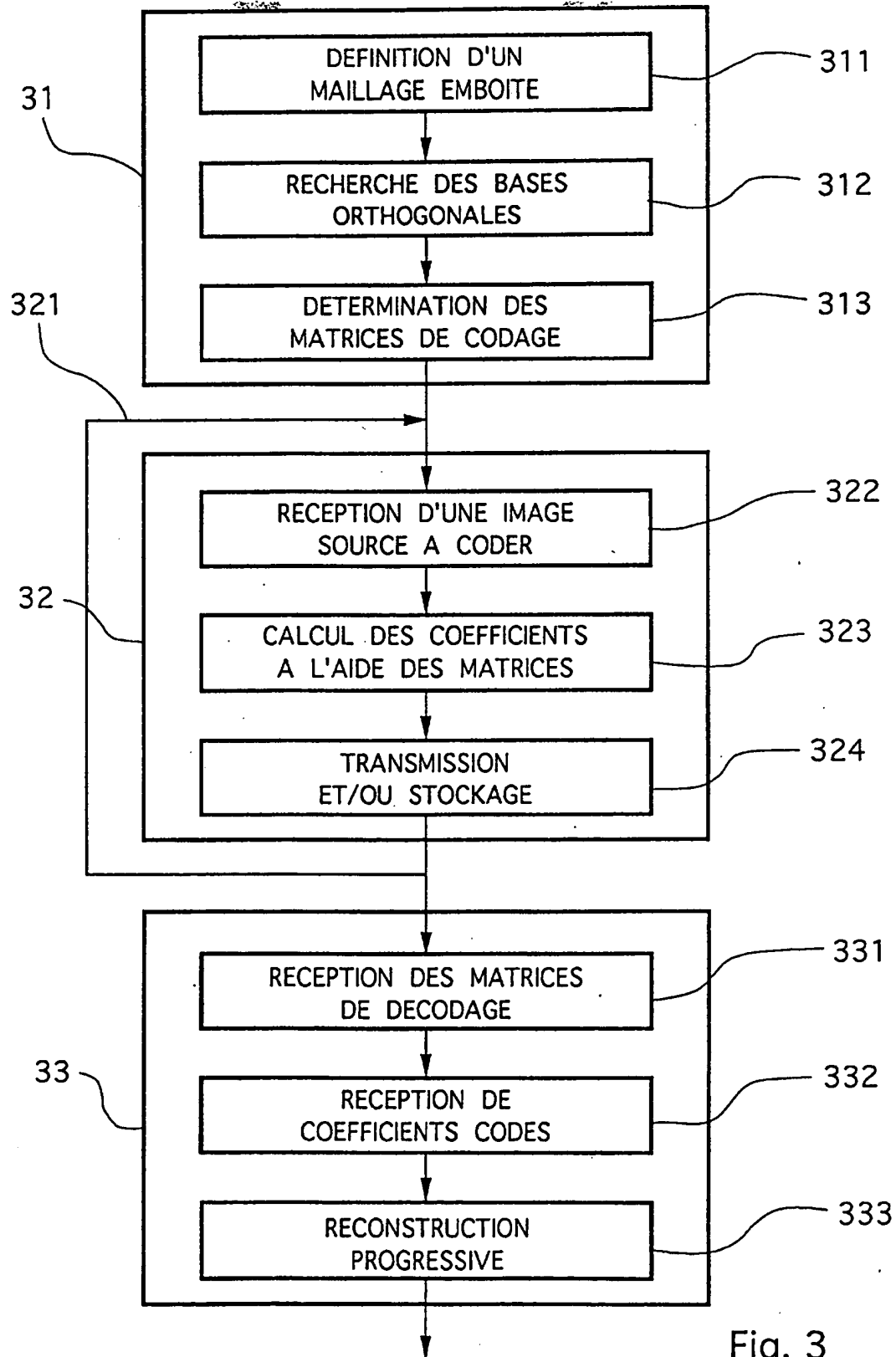


Fig. 3



INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIÉTÉ
INDUSTRIELLE

2825855

RAPPORT DE RECHERCHE PRÉLIMINAIRE

établi sur la base des dernières revendications
déposées avant le commencement de la recherche

N° d'enregistrement
national

FA 610932
FR 0107406

DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS		Revendication(s) concernée(s)	Classement attribué à l'invention par l'INPI
Catégorie	Citation du document avec indication, en cas de besoin, des parties pertinentes		
D, A	FLOATER M S ET AL: "PIECEWISE LINEAR PREWAVELETS ON ARBITRARY TRIANGULATIONS" NUMERISCHE MATHEMATIK, SPRINGER VERLAG, BERLIN,, DE, vol. 82, no. 2, 1999, pages 221-252, XP001059878 ISSN: 0029-599X * le document en entier *	1-32	
A	US 6 144 773 A (LYNCH WILLIAM C ET AL) 7 novembre 2000 (2000-11-07) * abrégé *	1-32	
A	FR 2 781 908 A (FRANCE TELECOM) 4 février 2000 (2000-02-04) * abrégé *	1-32	
A	MURAT TEKALP A ET AL: "TWO-DIMENSIONAL MESH-BASED VISUAL-OBJECT REPRESENTATION FOR INTERACTIVE SYNTHETIC/NATURAL DIGITAL VIDEO" PROCEEDINGS OF THE IEEE, IEEE. NEW YORK, US, vol. 86, no. 6, juin 1998 (1998-06), pages 1029-1051, XP000834188 ISSN: 0018-9219 * le document en entier *	1, 15-17, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 31, 32	DOMAINES TECHNIQUES RECHERCHÉS (Int.CL.7)
A	QUAK E ET AL: "ALGORITHMS FOR SPLINE WAVELET PACKETS ON AN INTERVAL" BIT, LUND, SE, vol. 37, no. 1, mars 1997 (1997-03), pages 76-95, XP008001146 ISSN: 0006-3835 * pages 76 et 77, paragraphe "1. Introduction" *	1-32	

-/--			
Date d'achèvement de la recherche		Examineur	
29 avril 2002		With, F	
CATÉGORIE DES DOCUMENTS CITÉS			
X : particulièrement pertinent à lui seul Y : particulièrement pertinent en combinaison avec un autre document de la même catégorie A : arrière-plan technologique O : divulgation non-écrite P : document intercalaire		T : théorie ou principe à la base de l'invention E : document de brevet bénéficiant d'une date antérieure à la date de dépôt et qui n'a été publié qu'à cette date de dépôt ou qu'à une date postérieure. D : cité dans la demande L : cité pour d'autres raisons & : membre de la même famille, document correspondant	

2

EPO FORM 1503 12.99 (P04C14)



INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIÉTÉ
INDUSTRIELLE

2825855

RAPPORT DE RECHERCHE PRÉLIMINAIRE

établi sur la base des dernières revendications
déposées avant le commencement de la recherche

N° d'enregistrement
national

FA 610932
FR 0107406

DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS		Revendication(s) concernée(s)	Classement attribué à l'invention par l'INPI
Catégorie	Citation du document avec indication, en cas de besoin, des parties pertinentes		
A	EP 0 784 295 A (MICROSOFT CORP) 16 juillet 1997 (1997-07-16) * le document en entier *	1-32	
A	WO 00 19380 A (SCHLUMBERGER CA LTD ;SCHLUMBERGER SERVICES PETROL (FR); SCHLUMBERG) 6 avril 2000 (2000-04-06) * le document en entier *	1-32	
A	GUSKOV I ET AL: "NORMAL MESHES" COMPUTER GRAPHICS. SIGGRAPH 2000 CONFERENCE PROCEEDINGS. NEW ORLEANS, LA, JULY 23 - 28, 2000, COMPUTER GRAPHICS PROCEEDINGS. SIGGRAPH, NEW YORK, NY: ACM, US, 23 juillet 2000 (2000-07-23), pages 95-102, XP001003545 ISBN: 1-58113-208-5 * le document en entier *	1-32	
A	FLOATER M S ET AL: "LINEAR INDEPENDENCE AND STABILITY OF PIECEWISE LINEAR PREWAVELETS ON ARBITRARY TRIANGULATIONS" SIAM JOURNAL OF NUMERICAL ANALYSIS, THE SOCIETY, PHILADELPIA, PA, US, vol. 38, no. 1, juin 2000 (2000-06), pages 58-79, XP001059881 ISSN: 0036-1429 * le document en entier *	1-32	
			DOMAINES TECHNIQUES RECHERCHÉS (Int.CL.7)
Date d'achèvement de la recherche		Examineur	
29 avril 2002		With, F	
<p>CATÉGORIE DES DOCUMENTS CITÉS</p> <p>X : particulièrement pertinent à lui seul Y : particulièrement pertinent en combinaison avec un autre document de la même catégorie A : arrière-plan technologique O : divulgation non-écrite P : document intercalaire</p> <p>T : théorie ou principe à la base de l'invention E : document de brevet bénéficiant d'une date antérieure à la date de dépôt et qui n'a été publié qu'à cette date de dépôt ou qu'à une date postérieure. D : cité dans la demande L : cité pour d'autres raisons & : membre de la même famille, document correspondant</p>			

2

EPO FORM 1503 12.99 (P04C14)

2825855

**ANNEXE AU RAPPORT DE RECHERCHE PRÉLIMINAIRE
RELATIF A LA DEMANDE DE BREVET FRANÇAIS NO. FR 0107406 FA 610932**

La présente annexe indique les membres de la famille de brevets relatifs aux documents brevets cités dans le rapport de recherche préliminaire visé ci-dessus.
Les dits membres sont contenus au fichier informatique de l'Office européen des brevets à la date du 29-04-2002
Les renseignements fournis sont donnés à titre indicatif et n'engagent pas la responsabilité de l'Office européen des brevets, ni de l'Administration française

Document brevet cité au rapport de recherche	Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
US 6144773 A	07-11-2000	AU 2194897 A	16-09-1997
		EP 0883864 A1	16-12-1998
		JP 2001500676 T	16-01-2001
		WO 9732281 A1	04-09-1997
FR 2781908 A	04-02-2000	FR 2781908 A1	04-02-2000
		EP 1101200 A1	23-05-2001
		WO 0008604 A1	17-02-2000
EP 0784295 A	16-07-1997	US 5963209 A	05-10-1999
		CA 2194833 A1	11-07-1997
		CA 2194834 A1	12-07-1997
		CA 2194835 A1	11-07-1997
		CA 2194836 A1	11-07-1997
		EP 0789329 A2	13-08-1997
		EP 0784295 A2	16-07-1997
		EP 0788072 A2	06-08-1997
		EP 0789330 A2	13-08-1997
		JP 9198524 A	31-07-1997
		US 5966133 A	12-10-1999
		US 5929860 A	27-07-1999
WO 0019380 A	06-04-2000	US 6046744 A	04-04-2000
		US 6313837 B1	06-11-2001
		AU 6500399 A	17-04-2000
		EP 1125254 A1	22-08-2001
		GB 2358570 A	25-07-2001
		NO 20011572 A	28-05-2001
		WO 0019380 A1	06-04-2000

EPO FORM P0465